The University of Michigan

DEPARTMENT OF MATHEMATICS ANN ARBOR, MICHIGAN 48109-1003

TEL.: (313) 764-0335
FAX: (313) 763-0937

le 12 avril '90

Cher Yves,

Voilà longtemps que je me promets de t'écrire ... et je trouve enfin le temps de le faire! — Merci beaucoup pour toutes les choses que tu m'as envoyées ces derniers mois. J'aime énormément ton livre, et j'en ai utilisé des sections dans la dernière partie de mon cours (en particulier la section III.11, "la confrontation Fourier-ondelettes", et la charactérisation des $L^p(\mathbb{R})$, § VI.2). Je crains toutefois que les étudiants ingénieurs aux E-U ne le trouvent trop mathématique à leur goût ... — Merci aussi pour l'envoi de ton papier sur les bases d'ondelettes sur [0,1]. Là aussi j'ai expliqué l'idée, que je trouve très belle, à ma classe — j'espère que tu ne m'en veux pas! Le résultat n'est pas encore publié, mais je trouvais dommage de ne pas leur parler de cette construction si jolie.

Robert et moi sommes allés à Berkeley il y a un mois, pour donner des exposés et être "interviewés". Merci beaucoup d'avoir écrit une si belle lettre de recommendation ! Je ne l'ai pas vue, évidemment, mais Alberto Grünbaum, leur chairman, m'a dit qu'elle avait fait un grand effet. Tu me demandais dans une de tes notes si je désirais avoir une position à Berkeley... La réponse est "oui". J'aime beaucoup l'endroit et j'ai l'impression que je pourrais y apprendre beaucoup. Le problème pour nous est que du point de vue de Robert, Berkeley n'est pas très attirant : il n'y a personne en "combinatorics" dans le département de math, et personne en "coding theory" dans le département d'electrical engineering, qui sont les deux domaines dans lesquels il travaille. Pour lui, Ann Arbor, qui veut répéter son offre d'il y a 3 ans, serait beaucoup mieux. D'autre part il hésite (moi un peu moins) à quitter Bell où la vie bureaucratique est tellement plus facile, mais où je crains que la liberté (de choisir notre sujet de recherche) dont nous jouissons actuellement ne durera pas... Robert ne partage pas toutes mes craintes à ce sujet, ce qui fait que nous discutons ferme presque tous les jours ! Heureusement sans nous disputer... Nous avons promis à Berkeley et à Ann Arbor de décider cet été.

Ma charge d'enseignement est presque terminée ici : encore 2 semaines de cours. J'ai aimé donner ce cours, mais il m'a pris beaucoup plus de temps que je ne prévoyais. Mais il m'a aussi incité à vraiment comprendre tous les détails de Beylkin-Coifman-Rokhlin (et donc du théorème T(1)) et d'autre démonstrations Calderón-Zygmundesques, ce qui est une bonne chose (et à laquelle j'aurais du me mettre plus tôt !). D'autre part j'avais espéré apprendre des choses en analyse numérique et en PDE pendant mon séjour ici, et je n'ai fait que quelques petits pas dans ces directions-là. Il me reste mai et juin pour profiter des connaissances des gens ici, et pour trouver une belle application juteuse pour les ondelettes (ce qui est ce que je voudrais le plus : je commence à en avoir assez de donner un exposé sur cet outil magnifique sans une véritable application — bienque BCR en soit une, et très belle, il en faudrait d'autres !)

Entre-temps je n'ai malheureusement pas fait beaucoup de recherche... Et je n'ai donc pas beaucoup de résultats. Quelques petites remarques :

- les schémas en 2 dimensions, avec

$$\psi_{jk}(x) = 2^{j/2}\psi(A^j x - k) \qquad k \in \mathbb{Z}^2, \ j \in \mathbb{Z}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

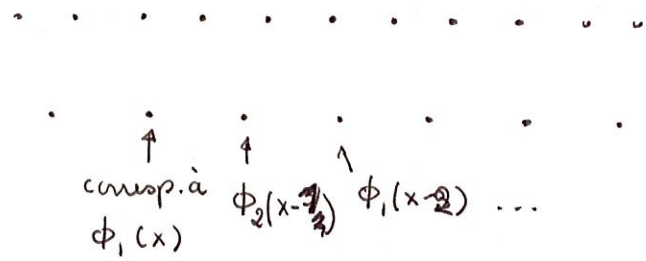
ne peuvent jamais avoir de $\psi \in C^1$ (parce que

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1} m_0(\xi_1, \xi_2)\Big|_{\xi_1 = \pi = \xi_2} = 0 = \frac{\partial}{\partial \xi_2} m_0(\xi_1, \xi_2)\Big|_{\xi_1 = \pi = \xi_2}$$

mène à $\quad m_0(\xi_1, \xi_2) = (1 + e^{i\xi_1})(1 + e^{i\xi_2})\, \mathcal{F}(\xi_1, \xi_2)$,

ce qui rend $\quad |m_0(\xi_1, \xi_2)|^2 + |m_0(\xi_1 + \pi, \xi_2 + \pi)|^2 = 1 \quad$ impossible)

- pour des α rationnels non-entiers, la bonne généralisation (d'après moi) des analyses multirésolution devrait utiliser plusieurs ϕ (et non un seul). Par ex. pour $\alpha = 3/2$, on n'arrive pas à construire d'analyse multirésolution à support compact si on ne prend qu'un seul ϕ (en fait on peut démontrer que $\hat{\phi}$ doit avoir un intervalle non contenu dans son support), mais il en existe si on choisit deux ϕ (chacun d'intégrale 1), correspondant aux 2 différentes sortes de points dans la pyramide :



Il vient alors que

$$\begin{pmatrix} \hat{\phi}_1(\frac{3}{2}\xi) \\ \hat{\phi}_2(\frac{3}{2}\xi) \end{pmatrix} = M(\xi) \begin{pmatrix} \hat{\phi}_1(\xi) \\ \hat{\phi}_2(\xi) \end{pmatrix}$$

où M est une matrice 2×2, 2π-périodique, ~~et~~ (2 des ces éléments sont π-periodiques, 2 autres π-antipériodiques), et $M(\xi) \xrightarrow[\xi \to 0]{} \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ qui est idempotent.

Je n'ai pas la moindre idée de comment imposer de la régularité.

- j'ai une méthode pour trouver des bases biorthogonales symmétriques, proches de bases orthonormales. Elle utilise comme point de départ les ondelettes de Battle-Lemarié, et tronque mo pour avoir des supports compacts. Je suis en train de l'incorporer à l'article avec A. Cohen et J.C. Feauveau (toujours pas entièrement rédigé, à ma grande honte ! Mais c'est le 1 er point sur mon agenda maintenant que le cours est sous contrôle), et je t'enverrai, ainsi qu'à Albert, des détails plus tard.

Voilà tout pour cette lettre !

Un grand bonjour à tous,

Ingrid.